



DESCARTES
matemáticas interactivas

Guía rápida de *ProGeo3D*

Alejandro Radillo Díaz

José Luis Abreu León

Javier Bracho Carpizo

Joel Espinosa Longi

7 de octubre de 2020

Índice general

1. Sobre <i>DIBooks</i>, <i>ProGeo3D</i>, y esta guía	1
1.1. ProGeo3D	1
1.2. DIBooks	1
1.3. El objeto de esta <i>Guía rápida</i>	2
2. Lectura de una página	3
2.1. Controles contenidos en el área de visualización	4

Sobre *DIBooks*, *ProGeo3D*, y esta guía

DIBooks y *ProGeo3D* son dos herramientas distintas, aunque íntimamente relacionadas, cuyo propósito es desarrollar libros dinámicos de geometría (euclidiana y proyectiva). *DIBooks* puede ser usada también para generar libros que incluyen interactivos no necesariamente de geometría dinámica, pero sí generados en *DescartesJS*. Ambas son programadas en *DescartesJS*.

Todo el paquete, incluyendo ambas herramientas, se descarga de <https://descartes.matem.unam.mx/ejemplos/pg3d/pg3d.zip>.

1.1. ProGeo3D

En el contenido de dicho archivo comprimido hay un archivo *ProGeo3D.html* que corresponde a la herramienta *ProGeo3D*.

Esta herramienta está dedicada al desarrollo de páginas individuales de geometría dinámica. Cada página puede tener uno o más pasos de una construcción, con textos explicativos correspondientes a cada paso. Las páginas pueden eventualmente compendiarse en un libro de geometría.

La documentación completa de la herramienta se encuentra en <https://descartes.matem.unam.mx/doc/pg3D>.

ProGeo3D puede utilizarse directamente en un navegador, aunque se recomienda ampliamente abrir el archivo *ProGeo3D.html* en el editor de *DescartesJS*.

1.2. DIBooks

En el contenido del archivo comprimido también hay un *DIBooks.html* que corresponde al editor de libros *DIBooks*. Un libro típicamente compendia varias páginas de geometría dinámica.

Es posible editar las páginas individuales también directamente en *DIBooks*. Para ello es preciso abrir el archivo *DIBooks.html* en *DescartesJS*. Los libros se pueden revisar en navegador sólo si se encuentran en un servidor. Es decir, no es posible verlos en navegador de forma local.

Adicionalmente, *DIBooks* se puede usar como un visor de libros de geometría. Es aquí donde entra la presente *Guía rápida*.

1.3. El objeto de esta *Guía rápida*

El propósito de esta guía es familiarizar al lector con las herramientas básicas de manipulación de una escena de geometría dinámica como las presentadas en los libros presentes en <https://descartes.matem.unam.mx/ejemplos/pg3d/DIBooks.html>.

En este sentido, la presente guía no profundiza en las formas de añadir objetos geométricos, sino más bien en la manipulación de aquellos ya existentes en una página dada. Así pues, el contenido de este documento es sólo una parte de la documentación técnica completa. Se recomienda ese documento para usuarios que busquen crear sus propios contenidos.

Lectura de una página

En la Figura 2.1 se muestra cómo se abre el archivo *DIBooks.html* mencionado en el capítulo anterior en un sitio en un servidor (<https://descartes.matem.unam.mx/ejemplos/pg3d/DIBooks.html>). Originalmente se muestra un navegador de libros. Con las flechas derecha e izquierda se navega entre los posibles libros, y para cada uno se muestra su respectiva portada. Para entrar en un libro en particular, basta pulsar en el nombre del libro. La portada en este caso corresponde al libro de *Geometría Euclidiana*.

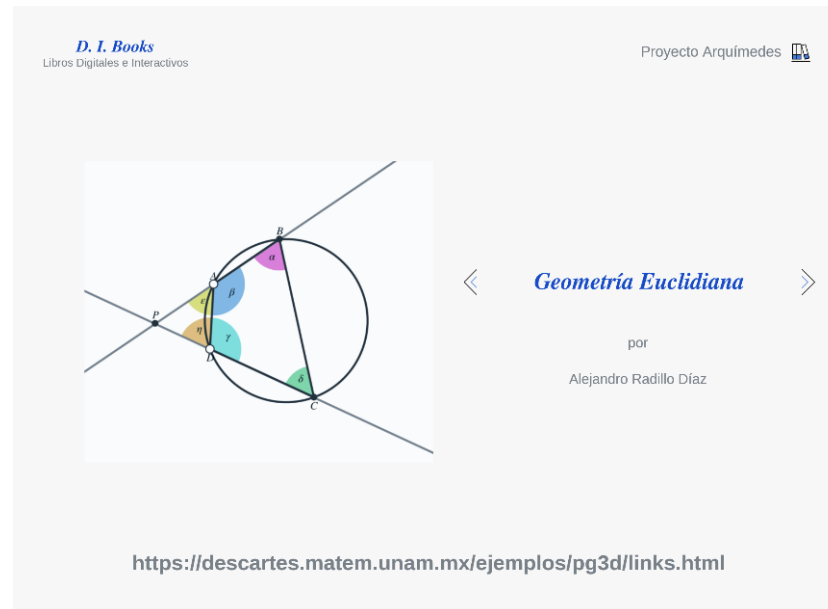


Figura 2.1: Visualización de un libro en *DIBooks*.

Al pulsar en el título, se muestra la primera página del mismo. En la parte inferior del libro se muestra una barra de progreso de lectura del libro. Se encuentra partida en los distintos capítulos con números romanos. El usuario puede pulsar en las flechas en los extremos de la barra de progreso para avanzar o retroceder una página. También es posible pulsar en alguna parte intermedia de la barra, con lo que se navegará a esa página particular. En la Figura 2.2 se muestra una página del libro de geometría euclidiana. Nótese que en la barra de progreso se coloca un marcador indicando dónde está la página en cuestión.

En la parte izquierda de la barra superior se muestra el nombre del capítulo actual. Centrado aparece el título de la página. Y en la derecha aparece el navegador de pasos.

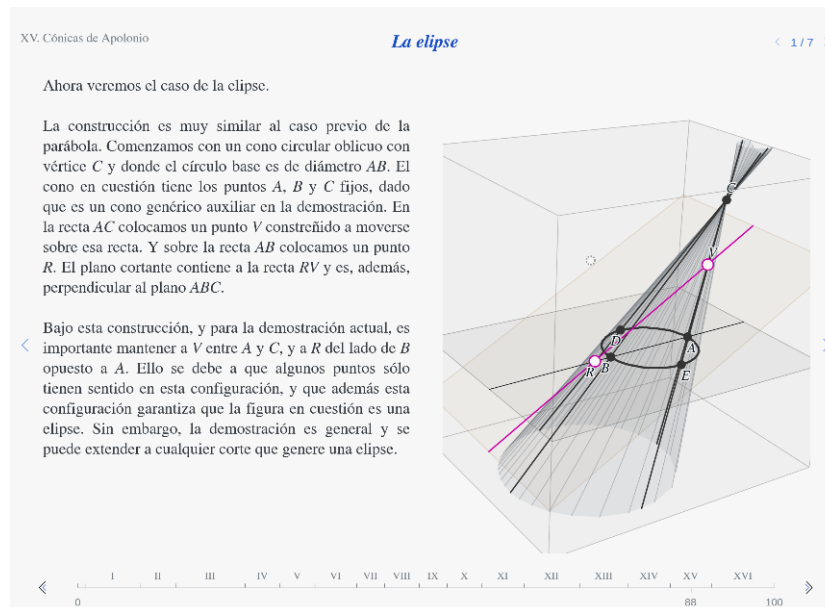


Figura 2.2: Visualización de una página del libro de *Geometría euclidiana*.

Cada página (en este ejemplo, la página es sobre *La elipse*) consta de varios pasos explicativos (en este ejemplo, se está viendo el paso 1 de 7, todos pertenecientes a la página sobre *La elipse*).

Obsérvese en el cuerpo del documento el texto explicativo del lado izquierdo y la construcción a la derecha. En el margen izquierdo hay un botón con forma de flecha a la izquierda, y en el margen derecho hay un botón con forma de flecha a la derecha. Estos botones permiten, respectivamente, retroceder o avanzar un paso explicativo. De tal forma que hacen lo mismo que los botones en el extremo superior. Si se retrocede un paso en una página en donde se está ya viendo el primer paso, se mostrará el último paso de la página anterior. Igualmente, si se avanza un paso cuando se está viendo el último paso de una página, se navegará al primer paso de la página siguiente.

Las construcciones son dinámicas. Es decir, es posible arrastrar objetos móviles en la misma, cambiar la perspectiva, etc. Sin embargo, es más claro saber qué se está haciendo mostrando unas herramientas que, por defecto en los libros, no aparecen de inicio. Si se pulsa en alguna parte del área de construcción, aparece un marco que la delimita, así como un botón superior derecho y varios botones en su margen inferior. Esto se muestra en la Figura 2.3.

2.1. Controles contenidos en el área de visualización

Estos botones se encuentran dentro del área de visualización, y cumplen varias funciones tales como la selección y manipulación de objetos geométricos existentes, el arrastre

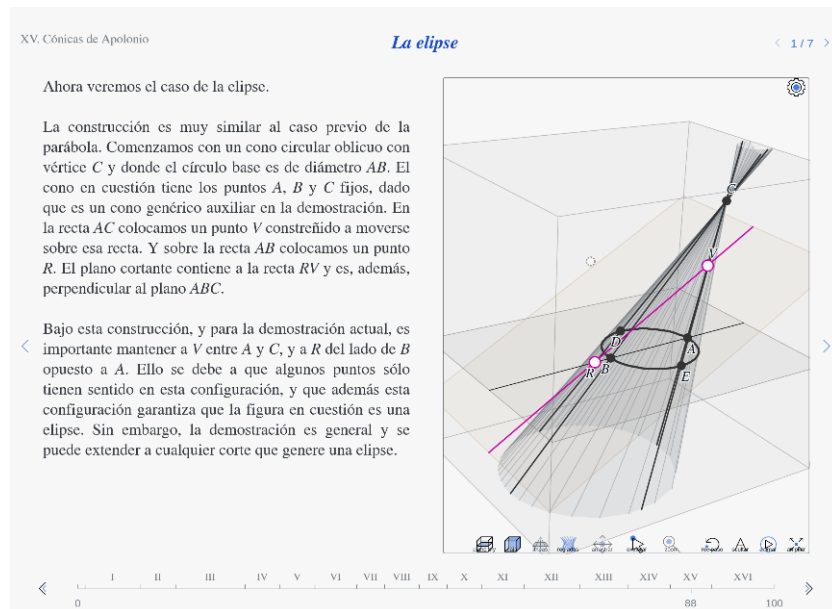



Figura 2.3: Disposición del área de visualización tras pulsar en ella.

del plano de construcción, la rotación de espacios tridimensionales y varias otras funciones. Todos estos botones se encuentran en la parte inferior del área de visualización y, en general, se ven opacos cuando están inactivos y con un trazo fuerte de lo contrario. Se reparten en tres grupos según su naturaleza.


En la parte superior hay un único botón:

-  Botón de **Herramientas**. Despliega y oculta alternadamente las herramientas o botones de construcción, que quedan fuera del ámbito de este documento. Estos aparecen en la columna de hasta la derecha de la pantalla, y ocultan el navegador que avanza un paso adelante en la explicación.


El despliegue de los botones de los constructores geométricos depende del tamaño del área de visualización, que se controla con el botón de *reducir / ampliar*.

Adicionalmente a desplegar los botones de constructores, también se despliega la barra horizontal inferior, con la que se controlan las etiquetas dadas a objetos geométricos, sus colores, sus grosores, herramientas para ocultar o mostrar objetos, el botón *Nueva* para lanzar un área de construcción nueva vacía, y el controlador *Deshacer / Rehacer* que permite colocar la construcción hasta un cierto objeto y no mostrar la construcción final. Los botones recién mencionados involucran la edición y no sólo la manipulación de objetos, por lo que queda fuera del alcance de este documento.

Probablemente el grupo más usado es el que se encuentra centrado horizontalmente. Los botones de este grupo se encargan de la selección y manipulación de los objetos y el plano (o espacio, según sea el tipo de visualización) que los contiene. Los botones son:

- 
Arrastrar. Es un botón que, cuando está activado, interpreta los arrastres como desplazamientos del punto de vista del observador respecto al espacio o plano en que se trabaja. Así, aunque parece que mueve la construcción completa, realmente ésta no cambia y lo que se desplaza es sólo el punto de vista del observador. Resulta útil pues a veces algunos objetos de las construcciones pueden quedar fuera de la vista original, y el desplazarla permite ubicar qué pasa con ellos.

El desplazamiento en la visualización *3D* se hace tomando como base la pantalla como la ve el usuario. Así, los desplazamientos en este caso mueven el punto de vista del observador pero siempre sobre un plano paralelo a la pantalla, de tal suerte que éstos dependerán de la perspectiva desde la cual el usuario observa la construcción.

- 
Explorar. Cuando esta herramienta está activa tiene varias posibles funciones.
 - Seleccionar objetos geométricos.** Se puede pulsar sobre objetos tales como puntos libres o constreñidos a curvas y soltar inmediatamente para seleccionarlos. Ello resulta útil pues posteriormente se les puede cambiar sus propiedades de *grosor*, *color*, o bien editar sus *etiquetas*, aunque estas funcionalidades quedan fuera de la presente guía. Igualmente se pueden seleccionar curvas (siempre y cuando *ProGeo3D* reconozca que pueden ser representadas algebraicamente por una ecuación), planos, etc. con este procedimiento.

Cuando un punto libre o constreñido a una curva está seleccionado, se muestra también como un aro pequeño, pero de mayor tamaño al que tiene si no está seleccionado. Cuando está seleccionado un punto tal como *intersección* o *punto medio*, o cualquiera que no sea móvil libremente, se muestra como el punto sólido con un aro de selección alrededor.

- Mover objetos geométricos.** También es posible pulsar sobre, por ejemplo, un punto libre o constreñido, arrastrar y soltar, con el fin de moverlo de su lugar. Es posible, asimismo, cambiar el tamaño de un círculo (o esfera, según sea la visualización) definida como *centro-radio*, pulsando en su borde, arrastrando y soltando. Toda la construcción geométrica se refresca conforme se cambia o mueve un objeto geométrico.

El arrastre de puntos libres en la visualización *3D* se realiza sobre un plano paralelo a la pantalla y que pasa por donde está el punto originalmente. Así, el desplazamiento de los puntos libres en el volumen depende de la perspectiva desde la que se observa la construcción. Para puntos constreñidos a planos, se desplazan sobre su plano de construcción, pero tratando de mantenerse cerca del cruce entre su plano y la línea de perspectiva desde la cual se ve el punto.

- Rotar un espacio 3D.** Esta funcionalidad sólo aplica cuando se está en la visualización *3D*. Si se pulsa en una parte vacía del área de visualización y se arrastra, se rotará la dirección desde la cual se observa la construcción. Se puede mejor


entender la rotación hecha de esta manera considerando que hay una esfera imaginaria centrada en el área de visualización. Al pulsar y arrastrar, se toma una parte de la esfera y se gira en el sentido del arrastre. Nuevamente, lo que cambia es la perspectiva desde la cual el usuario observa la construcción, y no se modifican las posiciones de los objetos geométricos como tal.

- **Sólo ver.** Si se pulsa una vez más en la herramienta *Explorar*, el ícono del mismo se muestra opaco. En esta situación se tiene un modo al que bautizamos como de *Sólo ver*. Las pulsaciones o arrastres que se hagan no tendrán mayor efecto que mostrar un apuntador en forma de una flecha grande donde se pulsa. Esto es útil particularmente en presentaciones, donde el expositor desea que la audiencia vea tal o cual parte de la construcción, pero quiere evitar accidentalmente modificarla.

En la visualización **3D**, aún cuando se esté en modo *Sólo ver*, pulsar y arrastrar resulta en una rotación de la perspectiva de visión.

Es importante notar que el apuntador siempre aparece, independientemente de si se está en el modo *Sólo ver* o no. Ello se debe a que, en presentaciones, la audiencia también quiere saber, por ejemplo, qué objeto está moviendo el expositor.



La herramienta *Explorar* se activa automáticamente en su modo de selección cuando pasa uno de la visualización 2D a 3D o viceversa.

-  **Zoom o Lupa.** Es un botón que, cuando está activado, interpreta los arrastres **verticales** como aumentos o reducciones en la escala en que se muestra la construcción. Permite, así pues, hacer un *acercamiento* cuando se pulsa y arrastra hacia arriba. Si es hacia abajo, se tiene un *alejamiento*.

Puede usarse tanto en dos como tres dimensiones. El punto donde se pulsa antes de arrastrar es el centro respecto al cual se realiza el cambio de escala.

En la visualización **2D**, al arrastrar se deja una marca en forma de cruz sobre donde se inició la pulsación (el centro respecto al cual se modifica la escala), con el fin de que el usuario registre qué tanto ha aumentado o reducido la escala.

Otro grupo de botones en el área de visualización está también en el margen inferior de la misma pero cerca del margen izquierdo. Estos botones tienen que ver con el tipo de visualización (bidimensional o tridimensional), y el mostrado u ocultado de objetos auxiliares para la visualización tridimensional.

-  /  **2D o x-y vs 3D.** Botón que indica si la vista actual de la construcción es en dos dimensiones o en tres. Al pulsarlo, se pasa al otro tipo de visión y el ícono del botón cambia. Si se muestra el ícono de dos dimensiones, entonces la vista de la construcción estará en dos dimensiones (el plano $x-y$). Si se muestra el ícono del cubito, entonces la vista de la construcción estará en tres dimensiones.

- **2D.** También se le conoce como la visualización x - y . En la visualización bidimensional, el eje y , aunque no se traza explícitamente, estaría representado por una recta vertical y el x por una horizontal. Este botón sirve para visualizar los objetos de una construcción proyectados a dicho plano cuando se encuentra uno visualizando algún otro plano o volumen.
- **3D.** En la visualización tridimensional se muestra un volumen en el que viven los objetos de la construcción. Los objetos que previamente pudieran haber sido agregados en dos dimensiones, al pasar a tres dimensiones, aparecen en el plano básico x - y que se muestra por defecto centrado verticalmente en el volumen. Sin embargo, en la visualización tridimensional es posible *sacar* a dichos objetos de su plano. Igualmente, se pueden agregar objetos geométricos en el volumen directamente.



- **Botón Plano x - y .** Aparece sólo si la visión tridimensional está encendida. Este botón despliega o esconde alternadamente el plano x - y (o, lo que es lo mismo, el plano $z=0$) en la visualización tridimensional. En ocasiones es útil tenerlo visible para saber cuáles puntos están dentro de dicho plano y cuáles no.

Es muy importante tener en mente que este plano es un plano sólo para facilitar la ubicación de los objetos geométricos en perspectiva. En este sentido, no constituye un plano real, como los creados por el botón *plano*.



- **Botón Caja.** Aparece sólo si la visión tridimensional está encendida. Este botón despliega o esconde alternadamente la caja que representa el borde de visualización del espacio tridimensional.

Cabe mencionar que cuando el botón *caja* está activo, los *planos* creados por tres puntos se visualizan de forma completa. De lo contrario, sólo se visualizan como el triángulo flanqueado por los tres puntos que definen al plano.



- **Botón de Líneas largas o Líneas al infinito.** Aparece sólo si la visión tridimensional está encendida. Por defecto, las rectas o líneas se trazan sólo en su parte visible dentro del volumen de construcción. Sin embargo, si este botón está activado, se traza una extensión de las líneas hacia la profundidad de la pantalla. Ello permite en ocasiones visualizar mejor puntos de fuga en construcciones en perspectiva. La extensión de las rectas sólo se hace hacia *dentro* de la pantalla, y no se extienden en dirección hacia *afuera* de la pantalla.






- **Botón Reglados.** Aparece solamente si en la construcción hay presente un reglado, generado a partir de la funcionalidad de familia de rectas por el botón de construcción *Curva / Familia*. De existir, el activar el botón alterna cíclicamente entre cuatro opciones:

1. *Por defecto*: si no se ha pulsado en el botón, se muestran tanto la familia de rectas (o segmentos) y la superficie representativa.
2. *Pulsando una vez*: la primera vez que se pulsa, se muestra solamente la superficie representativa (sin la familia de rectas).
3. *Pulsando dos veces*: la segunda vez que se pulsa, no se muestra ni la superficie representativa, ni la familia de rectas.
4. *Pulsando tres veces*: la tercera vez que se pulsa, se muestra sólo la familia de rectas (o segmentos, pero sin la superficie representativa).

La elección de si se muestra la construcción en 3D, si se muestra la caja, si se muestra el plano x - y , si se muestran las líneas largas, y el estado de mostrado / ocultado de elementos de reglados son atributos que se guardan para el paso explicativo en que se está trabajando en el archivo *pg3* de construcción. Así, es posible que al cargar una escena, no se respete el estado por defecto de cada uno de los atributos que se tiene al implementarlos por primera vez.

El último grupo de botones del área de visualización, también en el margen inferior de la misma, pero al lado derecho del mismo, tienen que ver con la recarga desde archivo de una página con una construcción, el mostrado / ocultado de etiquetas o nombres, las animaciones en las construcciones y el tamaño mostrado del área de visualización de la construcción propia.

-  **Botón para recuperar el paso.** Este botón recarga la escena completa (la última versión guardada de la misma), pero colocándose en el paso en que el usuario se encontraba al pulsar el botón, ignorando cualquier modificación a la construcción que el usuario haya hecho. Es útil para regresar rápido a la versión original de la aplicación sin regresar al paso inicial. En este sentido, este botón difiere de su parecido en la barra superior de *DIBooks* que recarga la construcción completa e inicia en el primer paso.
-  **Botón para mostrar u ocultar etiquetas o nombres.** En ocasiones pueden haber muchos objetos con todo y sus etiquetas. Cuando son demasiadas se llega a saturar la construcción, por lo que es deseable ocultar las etiquetas. Esa es precisamente la función del botón en cuestión, con el que pueden mostrarse solamente los objetos sin sus respectivos nombres.
-  **Botón de Animar.** Es un botón que lanza la animación de un punto constreñido a una curva. Dicho botón sólo funciona cuando un punto tal está seleccionado mediante la herramienta *Explorar*.



Cuando un punto constreñido a una figura está seleccionado, éste se puede animar para que recorra diversas posiciones dentro la figura de construcción. Si hay

otros objetos cuya disposición depende de la posición de este punto, ellos serán trazados nuevamente conforme el punto constreñido se desplaza.

Cabe mencionar que los puntos que se pueden animar son aquellos constreñidos a rectas, segmentos y círculos. Esta funcionalidad no aplica a puntos constreñidos a curvas armónicas o cúbicas.

La animación es particularmente útil cuando se desea observar el comportamiento de las figuras geométricas que dependen de la posición de un punto constreñido.

El botón *Animar* también se puede usar cuando se está dentro de la visualización *3D* y sin objetos seleccionados. En dicho caso, la acción consiste en girar el espacio 3D de forma constante y lenta para poder ver diferentes perspectivas de la construcción. Esta animación transcurre indefinidamente, pero puede detenerse simplemente pulsando en cualquier parte de la pantalla de construcción.

-  /  **Botón de Reducir / Ampliar.** Este botón alterna entre una vista extendida o compacta del área de visualización o construcción.

En la versión contraída o compacta, el área de visualización abarca la mitad de la pantalla de *ProGeo3D*. Los botones de los constructores geométricos se muestran en su versión minimalista y en una sola columna. El lado sobrante de la pantalla muestra ahora el texto explicativo del paso de la construcción en cuestión.

En la versión extendida, el área de construcción abarca horizontalmente toda la pantalla de *ProGeo3D*. Los botones de los constructores geométricos se muestran en su tamaño grande y en dos columnas. En este caso, el texto explicativo no es visible. Es posible alternadamente mostrar y ocultar los botones de constructores con el botón de *herramientas*.

Hacemos mención que, como se puede consultar en la *documentación técnica de ProGeo3D*, y en la *documentación técnica de DIBooks*, cuando se abre un paso dentro de una página de construcción en un libro *DIBooks* para el cual la casilla de verificación *expl* del panel de edición de textos está desmarcada, entonces la barra de controles en el área de visualización no estará disponible. Cuando esta casilla está desmarcada, el modo de la herramienta *Explorar* será el de *sólo ver*. Si se pulsa sobre el área de construcción, la pulsación sólo se mostrará como puntero y no se podrán ni seleccionar objetos ni modificar sus posiciones mediante pulsado y arrastre. Para las construcciones en *3D*, la funcionalidad permitirá la rotación del espacio para verlo desde otras perspectivas, pero las modificaciones en las posiciones o propiedades de los objetos de la construcción también estarán desactivadas.

Nuevamente, se recuerda que este documento trata la manipulación de una construcción existente. Para el usuario interesado, se recomienda atender la *documentación técnica*, en la que se detallan todos los aspectos de *ProGeo3D*.